FUNKCJA KWADRATOWA

RÓWNANIA KWADRATOWE

RÓWNANIA KWADRATOWE NIEZUPEŁNE

- Równanie kwadratowe $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$, w którym współczynniki b lub c są równe zero, nazywamy **równaniem kwadratowym niezupełnym.**

Przykład 1.

Rozwiąż równanie $4x^2 = 0 \quad /:4$

$$x^2 = 0$$

$$x = 0$$

RÓWNANIA KWADRATOWE NIEZUPEŁNE

Przykład 2

Rozwiąż równanie $2x^2 - 3x = 0$

$$x(2x - 3) = 0$$

$$x = 0 \ \ lub \ 2x - 3 = 0$$

$$x = 0 \quad lub \qquad x = \frac{3}{2}$$

Przykład 3

Rozwiąż równanie $-9x^2 + 4 = 0$

$$x^2 = \frac{4}{9}$$

$$x = \frac{2}{3} \quad \text{lub} \ \ x = -\frac{2}{3}$$

RÓWNANIA KWADRATOWE NIEZUPEŁNE

Przykład 4.

Rozwiąż równanie $5x^2 + 2 = 0$

Równanie jest równoważne równaniu $x^2 = -\frac{2}{5}$,

jest to równanie sprzeczne.

Równanie nie ma rozwiązania

RÓWNANIA KWADRATOWE ZUPEŁNE

- Równanie kwadratowe, w którym wszystkie współczynniki *a, b, c* są różne od zera, nazywamy równaniem zupełnym.

- Rozwiązywanie równania kwadratowego

$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$, polega na wyznaczeniu miejsc zerowych funkcji typu $f(x) = ax^2 + bx + c, x \in R, a \neq 0$

- Liczba pierwiastków równania kwadratowego zależy od wyrażenia

$$\Delta = \boldsymbol{b^2 - 4ac},$$

które nazywamy wyróżnikiem równania kwadratowego.

RÓWNANIA KWADRATOWE ZUPEŁNE

- TWIERDZENIE

Równanie kwadratowe $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$:

- gdy $\Delta > 0$, ma dwa pierwiastki rzeczywiste, które wyrażamy wzorami:

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \quad , x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- gdy $\Delta = 0$, ma jeden pierwiastek rzeczywisty, który wyrażamy wzorem:

$$x_0 = \frac{-b}{2a}$$

- gdy $\Delta < 0$, nie ma pierwiastków rzeczywistych.

RÓWNANIA KWADRATOWE ZUPEŁNE

Przykład 1

Rozwiąż równanie $x^2 + 4x - 12 = 0$

Obliczmy wyróżnik równania: $a = 1,\ b = 4,\ c = -12$

$\Delta = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12) = 16 + 48 = 64$

Ponieważ $\Delta > 0$, zatem na mocy twierdzenia, równanie ma dwa pierwiastki: $\sqrt{\Delta} = 8$

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4-8}{2 \cdot 1} = -6$$

$$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4+8}{2 \cdot 1} = 2$$

Rozwiązania równania: $x = -6$, $x = 2$

RÓWNANIA KWADRATOWE ZUPEŁNE

Przykład 2

Rozwiąż równanie $9x^2 + 6x + 1 = 0$

Obliczmy wyróżnik równania: $a = 9$, $b = 6$, $c = 1$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \cdot 9 \cdot 1 = 36 - 36 = 0$$

Ponieważ $\Delta = 0$, zatem na mocy twierdzenia, równanie ma jeden pierwiastek:

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{2 \cdot 9} = -\frac{1}{3}$$

Równanie ma jedno rozwiązanie: $x = -\frac{1}{3}$

RÓWNANIA KWADRATOWE ZUPEŁNE

Przykład 3

Rozwiąż równanie $-2x^2 + 3x - 5 = 0$

Obliczmy wyróżnik równania: $a = -2,\ b = 3,\ c = -5$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (-5) = 9 - 40 = -31$$

Ponieważ $\Delta < 0$, zatem na mocy twierdzenia, równanie nie ma pierwiastków.

Równanie nie ma rozwiązania.