Równania zawierające więcej niż jedną wartość bezwzględną.

Przykład 1.

Rozwiążemy równanie $\left||x+4|-5\right|=6$.

Opuszczamy „zewnętrzną” wartość bezwzględną i otrzymujemy alternatywę dwóch równań:

$$|x+4|-5=6 \text{ lub } |x+4|-5=-6$$

Przekształcamy każde z nich i otrzymujemy:

$$|x+4|=11 \text{ lub } |x+4|=-1$$

Z pierwszego równania mamy: $x+4=11$ lub $x+4=-11$

Zatem $x=7$ lub $x=-15$.

Równanie $|x+4|=-1$ jest sprzeczne.

Odpowiedź: Równanie $\left||x+4|-5\right|=6$ ma dwa rozwiązania $x=7$ oraz $x=-15$.

Przykład 2.

Rozwiążemy równanie $|x-1|+|x+3|=4$.

Rozwiązując to równanie musimy opuszczać wartości bezwzględne na przedziałach, w zależności od tego, czy dla liczb z danego przedziału wyrażenie wewnątrz wartości bezwzględnej jest nieujemne, czy ujemne

x	$(-\infty,-3)$	$\langle -3,1)$	$\langle 1,\infty)$
$\lvert x-1\rvert$	$-x+1$	$-x+1$	$x-1$
$\lvert x+3\rvert$	$-x-3$	$x+3$	$x+3$

Dla $x\in(-\infty,-3)$ równanie przyjmuje postać $-x+1-x-3=4$

Porządkujemy to równanie i rozwiązujemy:

$$-2x-2=4$$

$$-2x=6$$

$x=-3$ nie należy do przedziału $(-\infty,-3)$. Więc w tym przedziale nie mamy rozwiązań.

Dla $x\in\langle -3,1)$ mamy: $-x+1+x+3=4$

A z tego po uporządkowaniu: $4=4$. Otrzymujemy tożsamość i cały przedział $\langle -3,1)$ jest rozwiązaniem nierówności.

Dla $x\in\langle 1,\infty)$ mamy: $x-1+x+3=4$.

A z tego wynika $2x+2=4$

$2x=2$

$x=1$ i jest to liczba należąca do przedziału $\langle 1,\infty)$, czyli rozwiązanie równania.

Odpowiedź: Rozwiązaniem danego równania są liczby z przedziału $\langle -3,1\rangle$