

Przykład 3.

Oblicz sumę kwadratów rozwiązań równania $-5x^2 + 14x + 15 = 0$.

Obliczmy wyróżnik, aby sprawdzić ile rozwiązań ma równanie

$$\Delta = 14^2 - 4 \cdot (-5) \cdot 15 = 196 + 60 \cdot 5 > 0$$

Mamy zatem dwa różne rozwiązania.

Przekształcimy wyrażenie $x_1^2 + x_2^2$ do postaci pozwalającej wykorzystać wzory Viete'a. W tym celu wykorzystamy wzór skróconego mnożenia dotyczący kwadratu sumy dwóch wyrażeń.

$$(x_1 + x_2)^2 = x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2$$

Po przekształceniu tego wzoru otrzymamy $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$.

Postać ta pozwala na wykorzystanie wzorów Viete'a:

$$x_1^2 + x_2^2 = \left(-\frac{b}{a}\right)^2 - 2\frac{c}{a} = \left(-\frac{-14}{-5}\right)^2 - 2\frac{15}{-5} = \frac{196}{25} + 6 = \frac{196}{25} + \frac{150}{25} = \frac{346}{25}$$

Odpowiedź: Suma kwadratów rozwiązań równania wynosi $\frac{346}{25}$.