

Omówimy teraz rozwiązywanie równań typu $|ax + b| = c$ dla $a \neq 0$.

Przypadek I. Załóżmy, że $c = 0$.

Wówczas równanie $|ax + b| = 0$ jest równoważne równaniu $ax + b = 0$ (ponieważ $|0| = 0$).

Rozwiązujemy drugie równanie:

$$ax = -b \quad |:a$$

$$x = -\frac{b}{a}$$

Równanie $|ax + b| = 0$ ma jeden pierwiastek.

Przypadek II. Załóżmy, że $c > 0$.

Wówczas równanie $|ax + b| = c$ jest równoważne alternatywie dwóch równań:

$$ax + b = c \text{ lub } ax + b = -c$$

$$ax = c - b \text{ lub } ax = -c - b$$

$$x = \frac{c-b}{a} \text{ lub } x = \frac{-c-b}{a}$$

Czyli równanie $|ax + b| = c$ dla $c > 0$ ma dwa rozwiązania.

Przypadek III. Załóżmy, że $c < 0$.

Wówczas równanie $|ax + b| = c$ nie posiada rozwiązań, gdyż wartość bezwzględna liczby rzeczywistej jest zawsze nieujemna.

Wniosek:

Równanie $|ax + b| = c, a \neq 0$

- dla $c < 0$ nie ma rozwiązań, tzn. jest równaniem sprzecznym,
- dla $c = 0$ posiada jeden pierwiastek,
- dla $c > 0$ ma dwa pierwiastki.