

Przykład 1.

Oblicz, dla jakiej wartości parametru k równanie $kx - 8 = 2x$:

- a) Nie ma rozwiązania
- b) Ma pierwiastek $x = 4$
- c) ma pierwiastek ujemny

Ad a) Chcąc określić kiedy równanie jest sprzeczne doprowadzamy przenosimy wszystko na jedną stronę równości i grupujemy wyrazy ze względu na potęgę zmiennej x .

$$kx - 2x - 8 = 0$$

$$x(k - 2) - 8 = 0$$

Równanie jest sprzeczne, gdy wyraz wolny jest niezerowy (u nas wynosi on -8) i współczynnik przy x jest równy, czyli $k - 2 = 0$.

Zatem dla $k = 2$ równanie jest sprzeczne.

Ad b) Liczba $x = 4$ jest pierwiastkiem równania, więc spełnia to równanie. Możemy podstawić

$$k \cdot 4 - 8 = 2 \cdot 4$$

$$4k = 16$$

$$k = 4$$

Odpowiedź: Liczba $x = 4$ jest pierwiastkiem równania, gdy $k = 4$.

Ad c) Aby określić kiedy pierwiastek jest ujemny, musimy go najpierw wyliczyć

$$x(k - 2) = 8 \quad |: (k - 2)$$

$$x = \frac{8}{k - 2}$$

Pierwiastek ten istnieje, gdy mianownik ułamka jest niezerowy, zatem $k \neq 2$.

Pierwiastek jest ujemny, zatem zachodzi warunek $\frac{8}{k-2} < 0$.

Ułamek jest ujemny, jego licznik dodatni, więc mianownik musi być ujemny i otrzymujemy:

$$k - 2 < 0$$

$$k < 2$$

Odpowiedź: Równanie posiada pierwiastek ujemny, gdy $k < 2$.